

CURVAS DE FRAGILIDAD Y MATRICES DE PROBABILIDAD DE DAÑO DE EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO CON DUCTILIDAD LIMITADA¹

Juan Carlos Vielma Pérez², Alex H. Barbat³, Sergio Oller⁴

Resumen: En este artículo se aplica un procedimiento de análisis no lineal de estructuras de hormigón armado, con base en control de fuerzas en el que se aplica como criterio de convergencia un índice de daño calculado mediante elementos finitos. El procedimiento se aplica en el cálculo de la respuesta estática no lineal de tres edificios proyectados para diferentes niveles de ductilidad: un edificio con forjados reticulares, un edificio porticado con vigas planas y un edificio porticado con vigas de canto, siendo los dos primeros proyectados como edificios de ductilidad limitada y el último como edificio de ductilidad intermedia. Del procedimiento de análisis estático no lineal se obtienen umbrales de daño, mediante el análisis de la evolución de la deriva relativa de piso respecto al desplazamiento del nivel de cubierta. Dichos umbrales de daño se utilizan en la determinación de las curvas de fragilidad de cada caso aplicando la distribución lognormal, para finalmente calcular las matrices de probabilidad de daño, para cinco estados de daño. Los resultados muestran que la respuesta no lineal de los edificios de ductilidad limitada presentan una alta probabilidad de colapso al ser sometidos a la demanda sísmica especificada en la norma sismorresistente española NCSE-02.

Palabras clave: análisis no lineal, curva de capacidad, curvas de fragilidad, edificios de ductilidad limitada, matrices de probabilidad de daño, punto de capacidad por demanda, umbrales de daño.

FRAGILITY CURVES AND DAMAGE PROBABILITY MATRICES OF RESTRICTED DUCTILITY REINFORCED CONCRETE BUILDINGS

Abstract: In this paper a procedure of analysis nonlinear of reinforced concrete structures is applied, based on force control, in which an index of damage calculated by means of finite elements is applied as convergence criterion. The procedure is applied in the calculation of static nonlinear response of three buildings designed according three ductility levels: a waffle slabs building, a framed building with flat beams, both being designed as restricted ductility buildings, and a framed building with depth beams, designed for intermediate ductility. From the procedure of nonlinear static analysis damage thresholds are obtained, by means of the analysis of the evolution of the relative interstory drift with respect to the displacement of the top level. These thresholds of damage are used in the determination of the curves of fragility of each case having applied the lognormal distribution, finally to calculate the damage probability matrices, for five damage states. The results show that the nonlinear response of the restricted ductility buildings has a high probability of collapse if they are subjected to the specified seismic demand in Spanish seismic code NCSE-02.

Keywords: capacity curve, damage probability matrices, damage thresholds, fragility curves, non-linear analysis, performance point, restricted ductility buildings.

INTRODUCCIÓN

En el proyecto sismorresistente de estructuras se aplican procedimientos de análisis con base en la respuesta elástica que, mediante la aplicación de factores de reducción permiten obtener su respuesta elasto-plástica equivalente. Esta concepción implica aceptar de que las estructuras tienen una determinada ductilidad que condiciona su respuesta, por lo

¹ Artículo recibido el 22 de agosto de 2007 y en forma revisada el 1 de octubre de 2007.

² M.Sc. Ingeniería estructural. Profesor Asistente, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado (UCLA), Barquisimeto, Venezuela. E.T.S. Ingenieros de Caminos, Edificio D2, Campus Norte UPC, c/Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, España. E-mail: jcvielma@cimne.upc.edu o jcvielma@ucla.edu.ve.

³ Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Catedrático, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), España. E-mail: alex.barbat@upc.edu

⁴ Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Catedrático, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), España. E-mail: oller@cimne.upc.edu

que implícitamente las normas de proyecto sismorresistente admiten que las estructuras llegan a alcanzar determinados niveles de daño al ser sometidas a acciones sísmicas.

La respuesta no lineal de edificios porticados con vigas de canto ha sido ampliamente estudiada, sin embargo en la actualidad es de particular interés conocer el comportamiento de los edificios diseñados conforme a normas sismorresistentes para bajas ductilidades, dentro de los que se encuentran los edificios con forjados reticulares y porticados con vigas de canto. La caracterización de la respuesta de estos edificios requiere la obtención objetiva de los umbrales de daño, que permitan el cálculo de las curvas de fragilidad y de las matrices de probabilidad de daño. Las curvas de fragilidad permiten la estimación del daño comportamiento sísmico de edificios aplicando procedimientos probabilistas a partir de resultados de análisis deterministas. Las probabilidades suelen graficarse junto a alguna medida ingenieril de la respuesta, que pueden ser el desplazamiento del nivel de cubierta, la aceleración alcanzada o la deriva de entrepiso. Las probabilidades de que los umbrales de daño sean superados suelen representarse mediante matrices de probabilidad de daño, que corresponden a los valores calculados a partir de las curvas de fragilidad para una medida específica, como por ejemplo el desplazamiento del punto de capacidad por demanda.

En este artículo se estudia la respuesta no lineal de tres edificios que se han proyectado para diferentes valores de ductilidad, a los que se les ha determinado el punto de capacidad por demanda correspondiente a la demanda tipificada en la norma sismorresistente española NCSE-02 mediante la aplicación del método N2 (Fajfar, 2000). Se ha calculado la deriva relativa de pisos mediante el estudio de la evolución de ésta respecto al desplazamiento del nivel de cubierta. De los umbrales de daño se han calculado las curvas de fragilidad de cada edificio, de las que se obtienen las matrices de probabilidad de daño mediante el desplazamiento del punto de capacidad por demanda. Los resultados de este estudio muestran que los edificios diseñados para bajas ductilidades tienen una respuesta en la que el desplazamiento del punto de capacidad por demanda está muy próximo al desplazamiento del punto de colapso y que además presentan una alta probabilidad de que para la demanda sísmica normativa, superen el estado de daño severo e incluso alcancen el estado de colapso.

ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL DE EDIFICIOS

Se calcula la respuesta estática no lineal de tres edificios de hormigón armado, proyectados conforme a normas para ejemplos de aplicación. La respuesta no lineal se obtiene mediante control de fuerzas, aplicando un patrón de distribución de fuerzas variable con la altura y que corresponde al primer modo de vibración, que es el predominante en el caso en que se cumplen ciertos requisitos de regularidad, tanto en planta como en alzado (ver Figura 1.). Este método tiene como ventaja que el patrón de fuerzas reproduce adecuadamente la acción de las fuerzas sísmicas, lo que permite obtener el desplazamiento de la estructura en el punto de colapso, que es el desplazamiento último, que es semejante a la inducida por el terremoto. Este método tiene como inconveniente que el proceso incremental es estable hasta que se alcanza un punto singular, para el cual no existen incrementos en el cortante en la base capaces de conducir a un incremento del desplazamiento justo como ocurre cuando la estructura está a punto de alcanzar el desplazamiento de colapso, también conocido como desplazamiento último, Vielma *et al.* 2007. Para evitar este inconveniente, en el estudio de los casos se ha utilizado un procedimiento de control de fuerzas, en el que el índice de daño permite fijar un criterio de convergencia, iterando hasta que se alcanza un valor mínimo aceptable de éste.

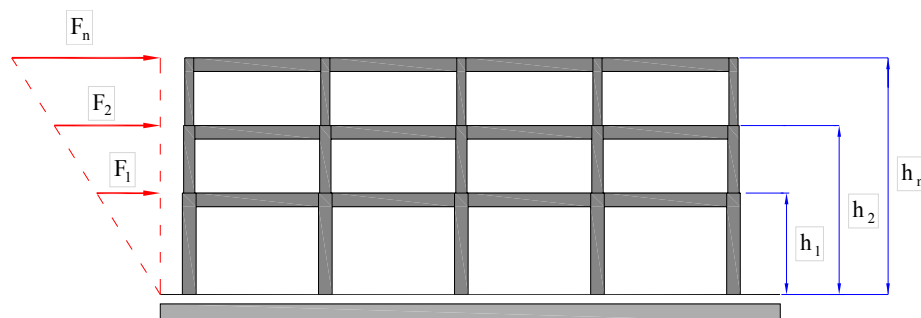


Figura 1: Distribución de fuerzas aplicada en el análisis no lineal.

A medida que se continúa el proceso de carga, el cortante en la base se incrementa, hasta que alcanza un valor que por ser muy alto no permite la convergencia del análisis. En este instante se han alcanzado, posiblemente, desplazamientos más grandes que los correspondientes a la primera iteración, sin embargo, al verificar el índice de daño,

éste no ha alcanzado un valor que satisfaga el criterio de convergencia. El paso siguiente consistirá en disminuir el valor del cortante en la base, recalculando las fuerzas de piso y efectuar un nuevo análisis. El resultado indicará si es necesario incrementar o disminuir el cortante en la base en este nuevo ciclo o, si por el contrario, el índice de daño señala que se ha alcanzado el umbral del colapso, concluyendo en este paso el proceso de análisis.

PROCEDIMIENTO APLICADO PARA LA DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE CAPACIDAD POR DEMANDA

Para calcular el punto de capacidad por demanda es necesario superponer el espectro de capacidad con el espectro de demanda, representada por los espectros elásticos e inelásticos. El espectro de capacidad se calcula a partir de la curva de capacidad obtenida del análisis no lineal de un sistema de múltiples grados de libertad, mientras que los espectros son la idealización de los promedios de los espectros de respuesta, por lo que es necesario convertir la curva de capacidad a su equivalente de un sistema de un grado de libertad. Al cumplir los edificios objeto de esta investigación con los requisitos de altura (edificios bajos) y de regularidad en planta y alzado, es posible calcular los pseudo-desplazamientos del sistema de un grado de libertad de acuerdo con:

$$S_d = \frac{\delta_c}{FPM} \quad (1)$$

Donde S_d el pseudo-desplazamiento, δ_c representa los desplazamientos del sistema de múltiples grados de libertad a nivel de cubierta y FPM es el factor de participación modal, determinado según:

$$FPM = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi_{1,i}}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi_{1,i}^2} \quad (2)$$

Aquí n es el número de niveles del edificio, m_i es la masa del nivel i , $\phi_{1,i}$ es la amplitud normalizada del primer modo correspondiente al nivel i . Para transformar los valores del cortante en la base, se aplica:

$$S_a = \frac{V/W}{\alpha} \quad (3)$$

Siendo S_a la pseudo-aceleración, V el cortante en la base, W el peso del edificio y α un parámetro adimensional que se calcula mediante:

$$\alpha = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi_{1,i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi_{1,i}^2} \quad (4)$$

Como es sabido, los espectros se presentan en formato de período contra pseudo-aceleración, por tanto, es necesario transformarlos a un formato de pseudo-desplazamientos contra pseudo aceleraciones, para esto se aplica:

$$S_d = \frac{S_a \cdot g \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \quad (5)$$

En esta ecuación, g es la aceleración de la gravedad y T es el período de la estructura. Una vez efectuadas las transformaciones se superpone el espectro de capacidad con los espectros de demanda elástico e inelástico.

El punto de capacidad por demanda representa el punto de máximo desplazamiento lateral del sistema de un grado de libertad, inducido por la demanda sísmica. Dichos puntos se determinan mediante el procedimiento N2 (Fajfar, 2000) que consiste en obtener una forma idealizada bilineal del espectro de capacidad, de la siguiente manera:

- La rama plástica debe ser horizontal, procurando que las áreas por encima y por debajo de ésta se compensen.
- Se determina la rama plástica haciendo que pase por el espectro de capacidad en el punto que corresponde al 60% de la resistencia de plastificación.

La intersección de la recta que define la rama elástica de la forma bilineal idealizada con el espectro elástico de demanda, fija la ordenada que corresponde al desplazamiento del punto de capacidad por demanda. De forma alterna, el desplazamiento del punto de capacidad por demanda se puede calcular mediante la intersección de la forma bilineal idealizada con el espectro inelástico de demanda, que es el espectro elástico de demanda reducido mediante un factor R_μ , definido como:

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_C} + 1 \quad T \leq T_C$$

$$R_\mu = \mu \quad T > T_C \quad (6)$$

En esta ecuación T y μ son el período y la ductilidad, respectivamente, y T_C es el período esquina del espectro elástico de proyecto, que delimita las ramas de aceleración constante y la rama decreciente. Este desplazamiento se transforma en desplazamiento al nivel de cubierta del sistema con múltiples grados de libertad aplicando la ecuación (1).

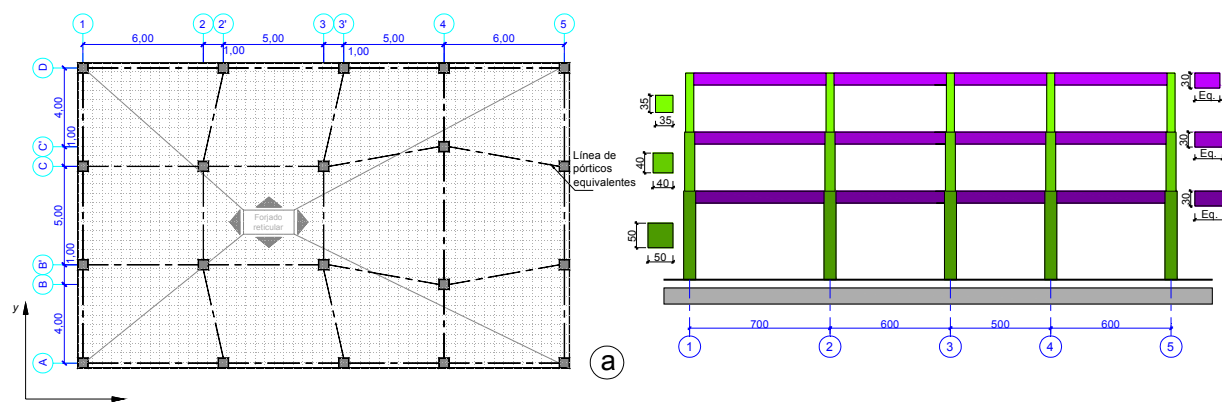
EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS NO LINEAL

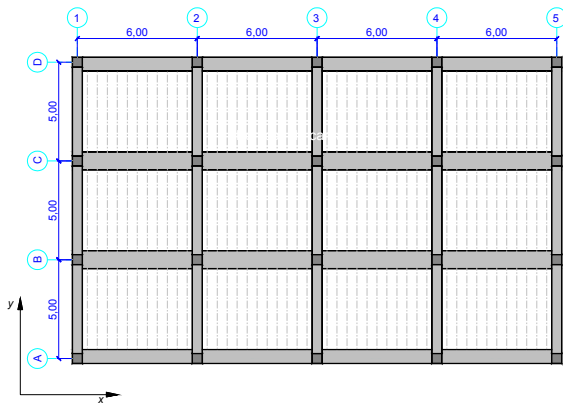
A continuación se consideran tres edificios de hormigón armado proyectados para distintos niveles de ductilidad conforme a la norma sismorresistente NCSE-02 y la instrucción de EHE (1998). El primer edificio es de forjados reticulares de 30 cm de canto, cuyos nervios se encuentran orientados según las líneas que unen los extremos de los pilares. El edificio tiene tres niveles, el primero con una altura de 4,5 m, mayor que la del resto de los niveles, que tienen 3,0 m. Los pilares de este edificio no se encuentran alineados, como puede observarse en la Figura 2a.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

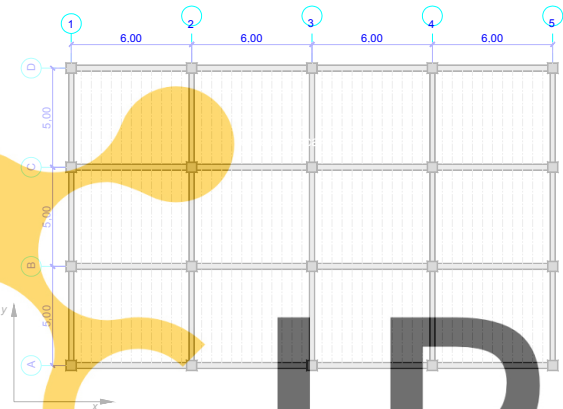
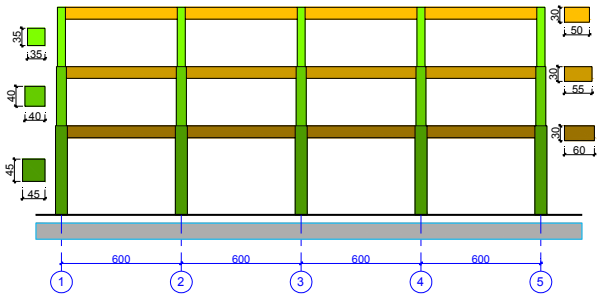
El segundo edificio, proyectado para ductilidad de 2, es porticado con vigas planas y forjados unidireccionales orientados según el eje y se muestra en la Figura 2b. El tercer edificio es porticado con vigas de canto, proyectado para ductilidad de 4, con forjados unidireccionales orientados según el eje y, tal como puede verse en la Figura 2c.

Los edificios descritos anteriormente se han calculado mediante modelos 2D, definiéndose pórticos representativos para cada uno de ellos, Barbat *et al.*, 2007. Dada la presencia de pilares no alineados en el edificio con forjados reticulares, se ha modelizado uno de los pórticos exteriores de este edificio, ya que el resto de los elementos no constituyen un sistema estructural que se pueda modelizar como plano en sentido estricto, pues aparece el efecto de torsión.





b



c

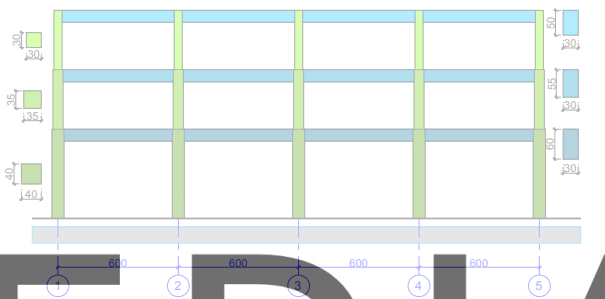


Figura 2: Planta típica del edificio con forjados reticulares (igual en todos los niveles).

Respecto al análisis no lineal, se ha utilizado el programa de elementos finitos PLCDYN (PLCd 1991) que permite modelizar el hormigón armado como un material compuesto y se ha aplicado la teoría de mezclas. En la Figura 3, se muestra una discretización típica genérica de los pórticos, cuyos elementos tienen longitudes variables que dependen de las zonas de pilares y de vigas con un mayor confinamiento. Las zonas de confinamiento se han proyectan de acuerdo con las dimensiones generales de los elementos estructurales, de los diámetros del acero longitudinal y de las luces de los vanos o de las alturas de los pisos.

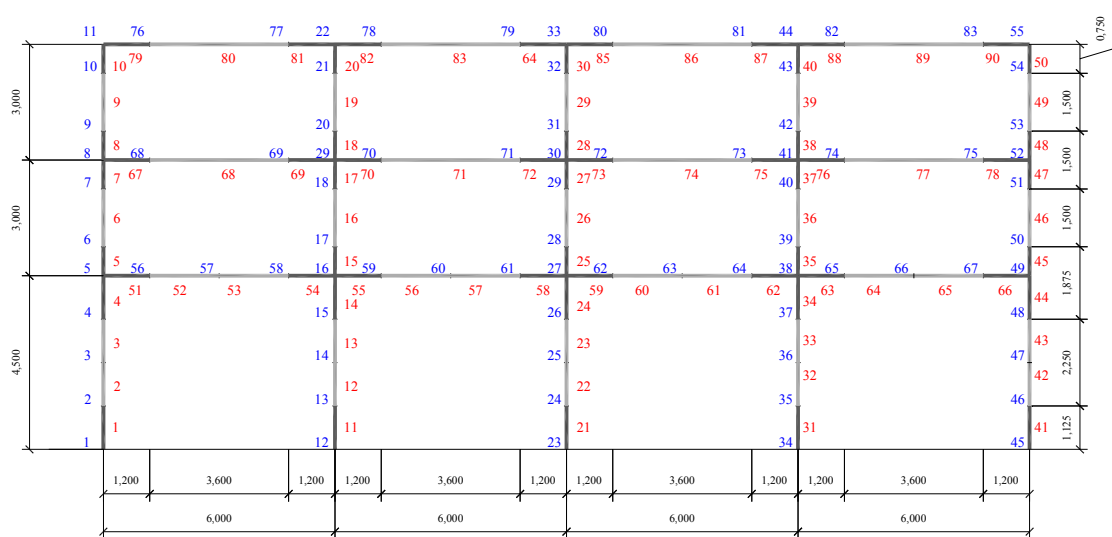


Figura 3: Discretización típica de los pórticos analizados.

En las Figuras 4, 5 y 6 se muestran los espectros de capacidad superpuestos con los espectros de demanda elástica e inelástica, para los edificios con forjados reticulares, porticado con vigas planas y porticado con vigas de canto. Nótese que los espectros de capacidad se encuentran graficados mediante la curva de capacidad correspondiente a un sistema de un grado de libertad equivalente, y también en la forma bilineal idealizada.

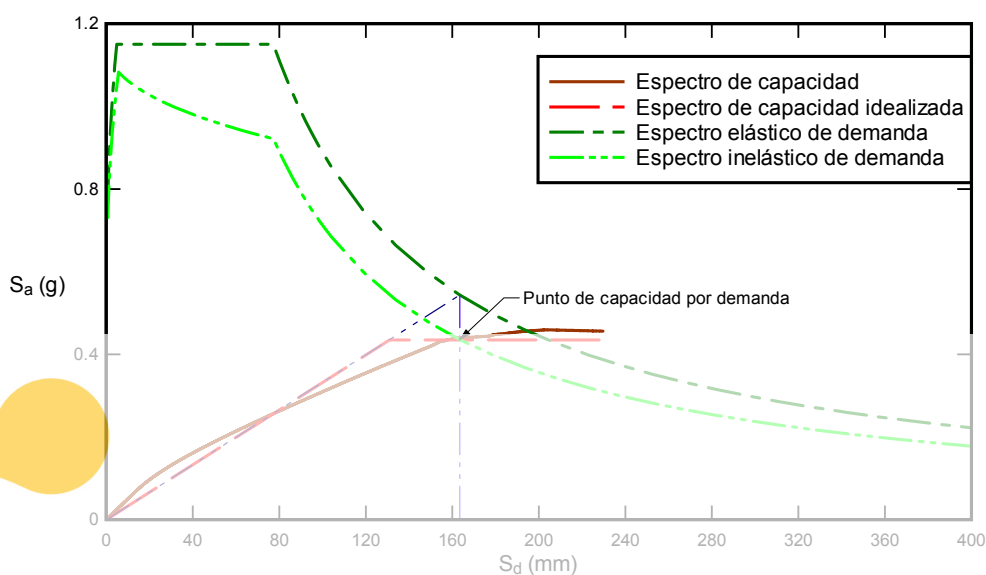


Figura 4: Espectros de capacidad y de demanda elástica e inelástica del edificio con forjados reticulares.

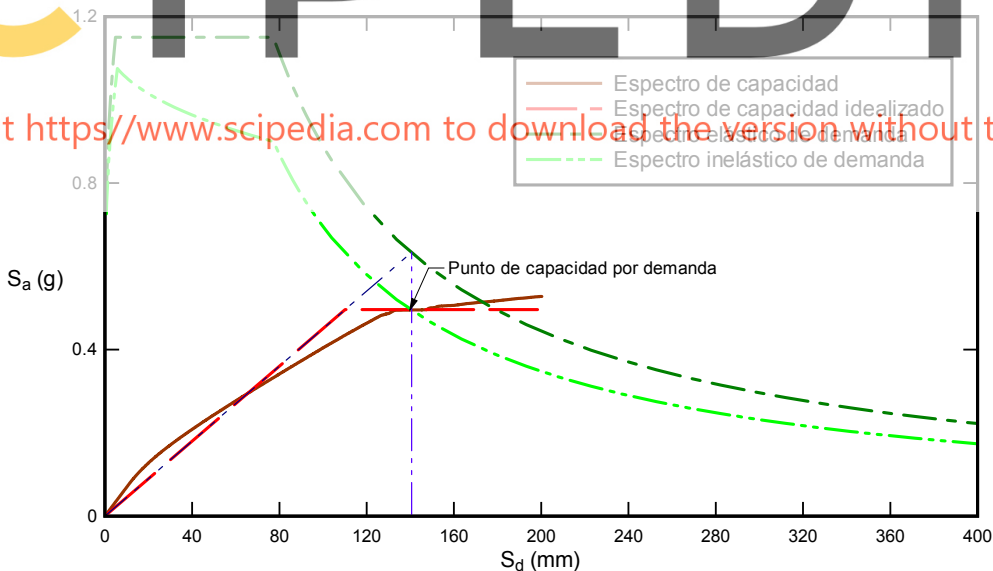


Figura 5: Espectros de capacidad y de demanda elástica e inelástica del edificio porticado con vigas planas.

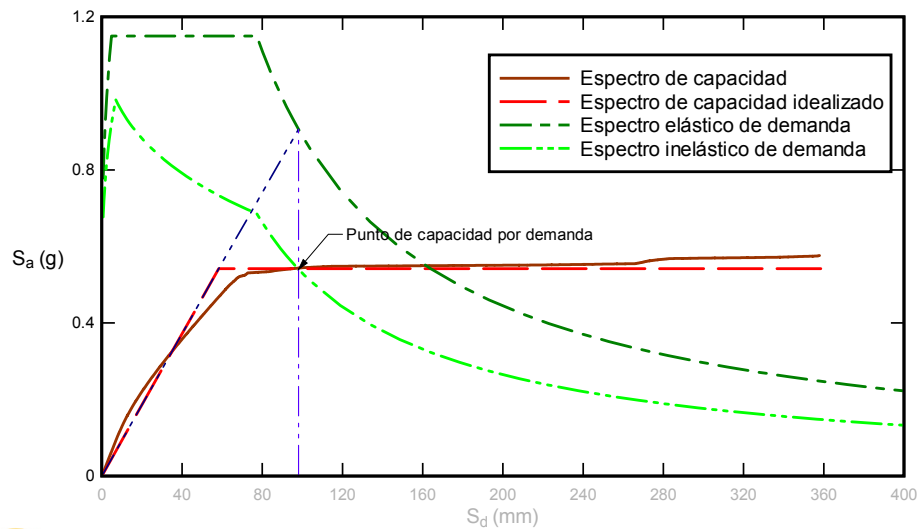


Figura 6: Espectros de capacidad y de demanda elástica e inelástica del edificio porticado con vigas de canto.

Los valores de los desplazamientos del punto de capacidad por demanda calculados para los tres edificios analizados se indican en la Error! Reference source not found..

Tabla 1: Desplazamientos alcanzados en el punto de comportamiento de los diferentes tipos de edificios.

Edificio	Desplazamiento en el punto de capacidad por demanda (mm)
Edificio con forjados reticulares	222,07
Edificio porticado con vigas planas	170,22
Edificio porticado con vigas de canto	120,18

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

En la Figura 7 se puede observar el comportamiento de los edificios en los estados de demanda elástica e inelástica. Los desplazamientos corresponden a los desplazamientos del nivel de cubierta, sobre las que se han trazado las rigideces correspondientes al estado elástico, al punto de capacidad por demanda y al punto de desplazamiento último. Nótese la evidente proximidad entre el punto de capacidad por demanda y el de desplazamiento último correspondiente a los edificios con forjados reticulares y el porticado con vigas planas.

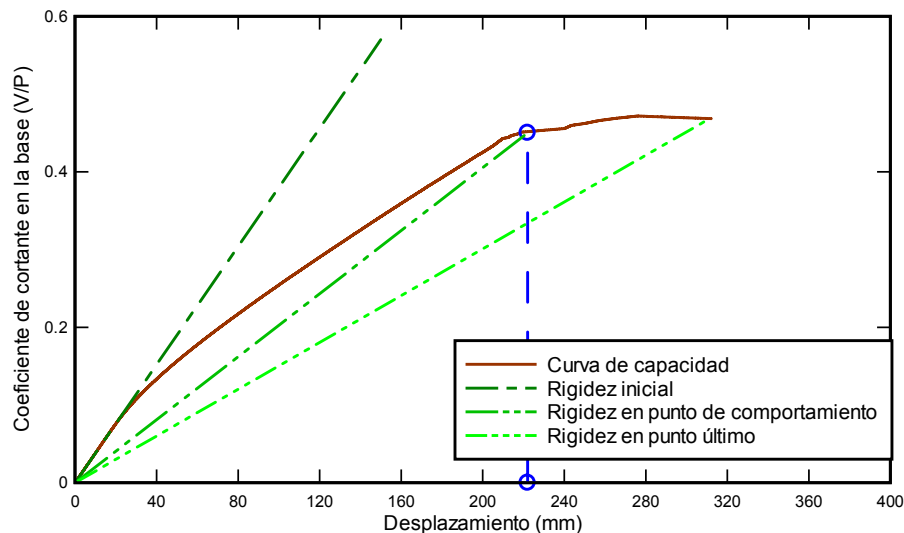


Figura 7: Desplazamiento del punto de capacidad por demanda para el edificio con forjados reticulares.

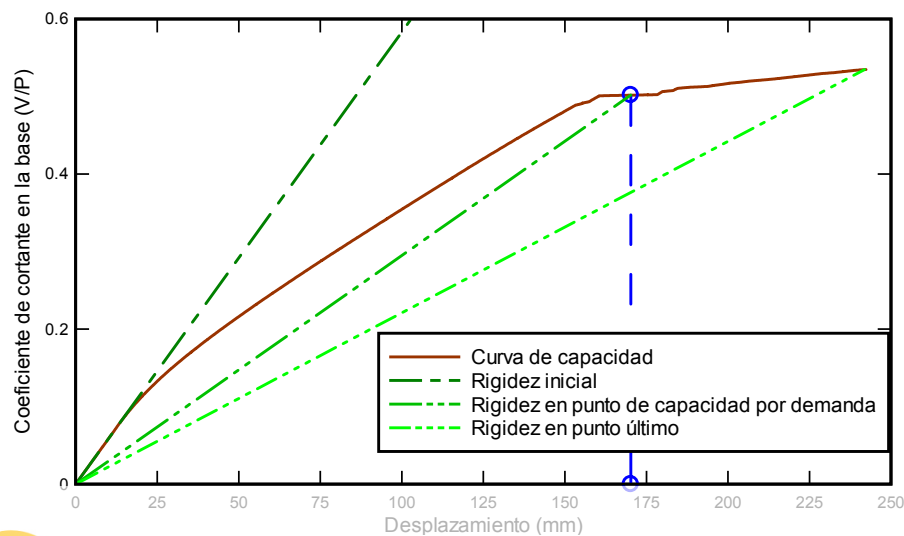


Figura 8: Desplazamiento del punto de capacidad por demanda para el edificio porticado con vigas planas.

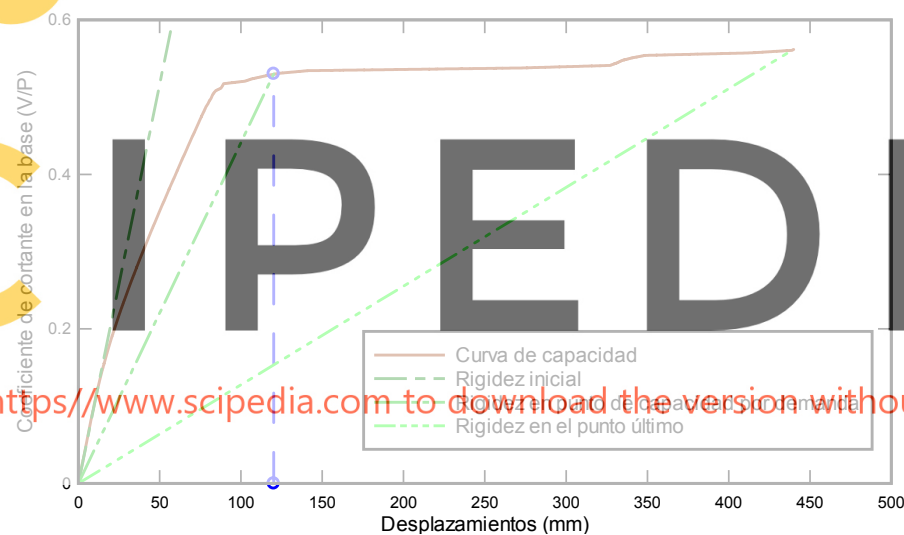


Figura 9: Desplazamiento del punto de capacidad por demanda para el edificio porticado con vigas de canto.

CURVAS DE FRAGILIDAD Y MATRICES DE PROBABILIDAD DE DAÑO

Para determinar los umbrales de daño se hace uso del procedimiento planteado en el documento VISION 2000 (SEAOC, 1995), que consiste en obtener los umbrales mediante las derivas relativas de piso, que han sido aplicadas frecuentemente como una medida objetiva del daño, para lo que es necesario graficar la evolución de las derivas respecto al desplazamiento del nivel de cubierta de los edificios estudiados. En las Figuras 10, 11 y 12 se muestran los resultados obtenidos del análisis no lineal.

Los umbrales de los estados de daño se determinan tanto de las curvas de derivas relativas como de las curvas de capacidad. Para el estado de daño leve se toma el valor en el cual aparece la primera rótula plástica en la curva de capacidad, para el estado de daño moderado se asume el desplazamiento del nivel de cubierta para el cual se alcanza una deriva relativa igual a 1% en cualquiera de los niveles del edificio. El estado de daño severo se identifica mediante el desplazamiento de nivel de cubierta correspondiente a una deriva relativa de 2,5% en cualquiera de los niveles del edificio. Finalmente, el estado de colapso se identifica mediante el desplazamiento último del nivel de cubierta obtenido de la curva de capacidad.

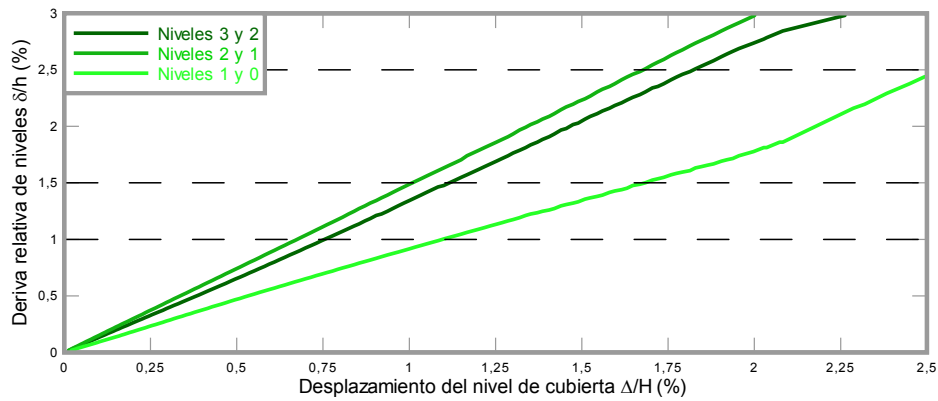


Figura 10: Determinación de los umbrales de daño del edificio con forjados reticulares.

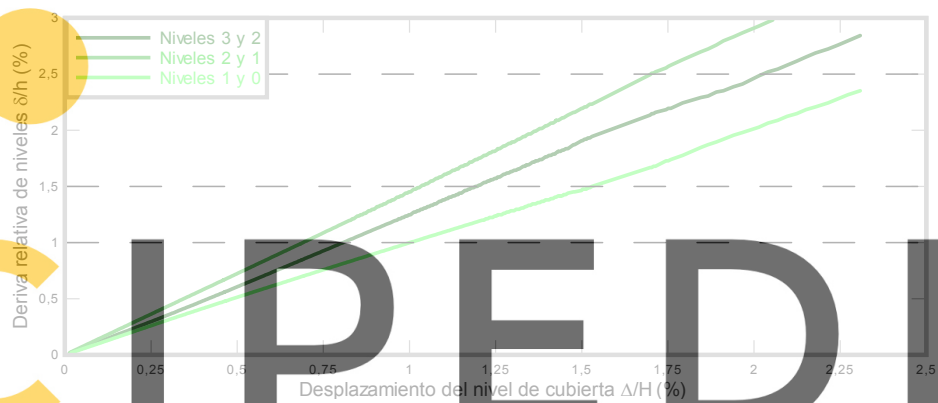


Figura 11: Determinación de los umbrales de daño del edificio porticado con vigas planas.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

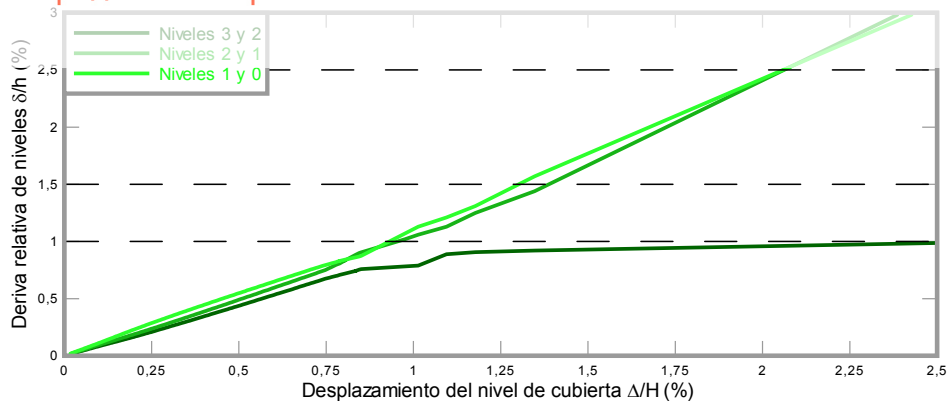


Figura 12: Determinación de los umbrales de daño del edificio porticado con vigas de canto.

Para la determinación de las curvas de fragilidad se utilizan los desplazamientos determinados para los estados de daño transformados en desplazamientos espectrales, aplicando la ecuación (1). Se aplica una función de densidad de probabilidad de los parámetros de demanda que definen los estados de daño corresponde a la distribución lognormal, Pinto *et al.* 2006:

$$F(S_d) = \frac{1}{\beta_{ds} S_d \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta_{ds}} \ln \frac{S_d}{\bar{S}_{d,ds}} \right)^2 \right] \quad (7)$$

Donde $\bar{S}_{d,ds}$ es el valor medio del desplazamiento espectral en el cual el edificio alcanza el umbral del estado de daño d_s , β_{ds} es la desviación estándar del logaritmo natural del desplazamiento espectral para el estado de daño d_s .

La probabilidad condicional $P(S_d)$ de alcanzar o exceder un estado de daño en particular, d_s , dado el desplazamiento espectral, S_d , (u otro parámetro de demanda sísmica) se define como la integral entre 0 y S_d de su función de densidad $F(S_d)$:

$$P(S_d) = \int_0^{S_d} F(S_d) d(S_d) \quad (8)$$

En las Figuras 13, 14 y 15 se muestran las curvas de fragilidad calculadas para los tres edificios objeto de este estudio. Nótese que las curvas de fragilidad se representan como función del desplazamiento espectral S_d .

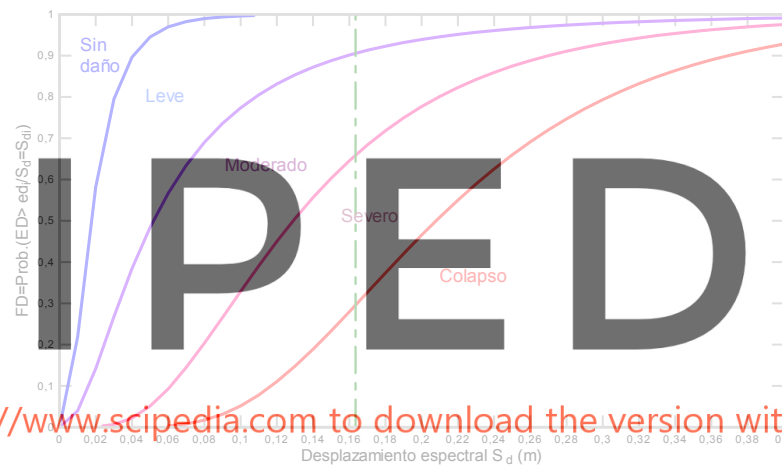


Figura 13: Curvas de fragilidad del edificio con forjados reticulares.

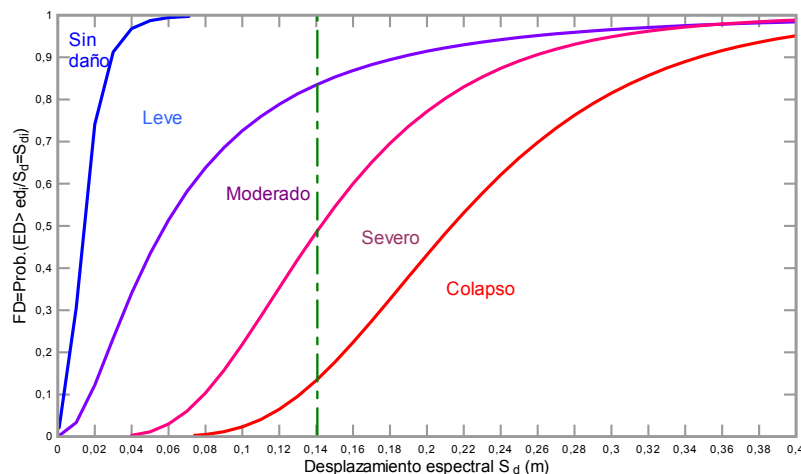


Figura 14: Curvas de fragilidad del edificio porticado con vigas planas.

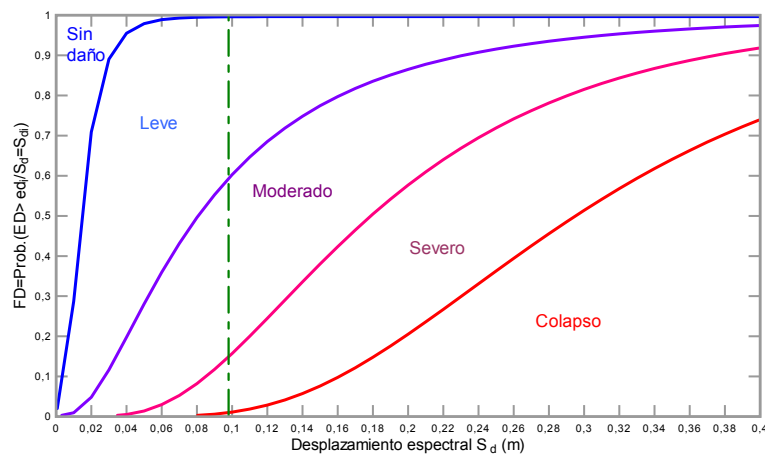


Figura 15: Curvas de fragilidad del edificio porticado con vigas de canto.

Las matrices de probabilidad de daño se obtienen a partir de la intersección del desplazamiento del punto de demanda por capacidad con las curvas de fragilidad y representan la probabilidad de excedencia de un estado generalizado de daños. En la Tabla 2 se muestra la matriz de probabilidad de daños calculadas para la respuesta de los tres edificios considerados.

Tabla 2: Matrices de probabilidad de daño de los tres edificios estudiados.

	Edificio		
	P. Planas	Forjados	P. Canto
Nulo	0,0008	0,0003	0,0040
Ligero	0,1635	0,0943	0,4030
Moderado	0,3476	0,2465	0,4435
Severo	0,3523	0,3629	0,1393
Colapso	0,1358	0,2960	0,0102

En las Figuras 16, 17 y 18 se muestran los resultados obtenidos para los tres edificios. Es notable que para la demanda impuesta a los edificios, los dos proyectados para ductilidad limitada alcanzan altas probabilidades de excedencia de los estados de daño severo (0,3629 para el edificio con forjados reticulares y 0,3523 para el edificio porticado con vigas planas) y de colapso (0,2960 para el edificio con forjados reticulares y 0,1358 para el edificio porticado con vigas planas). Estos resultados contrastan con los obtenidos para el edificio porticado con vigas de canto, para el cual las probabilidades de excedencia de los estados de daño severo y de colapso son menores en comparación con las calculadas para los edificios de ductilidad limitada.

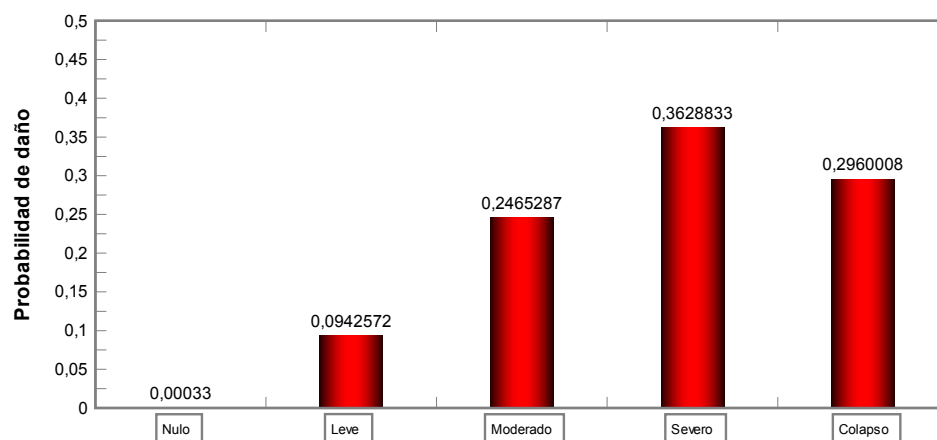


Figura 16: Matrices de probabilidad de daño del edificio con forjados reticulares.

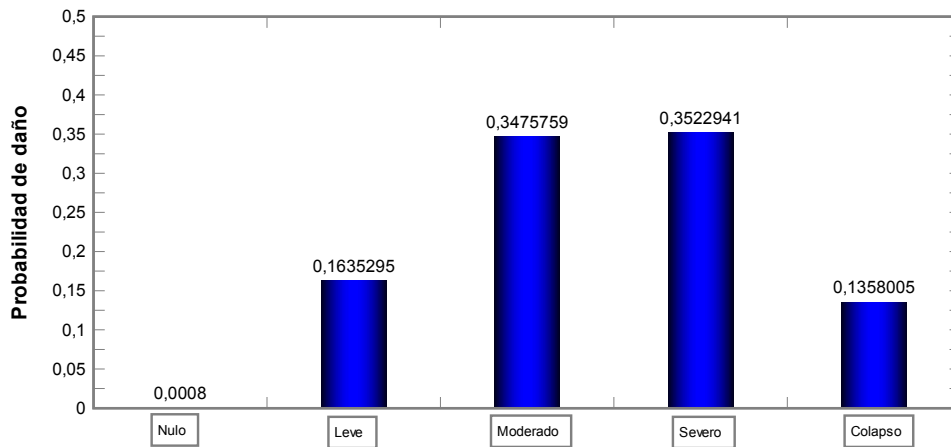


Figura 17: Matrices de probabilidad de daño del edificio porticado con vigas planas.

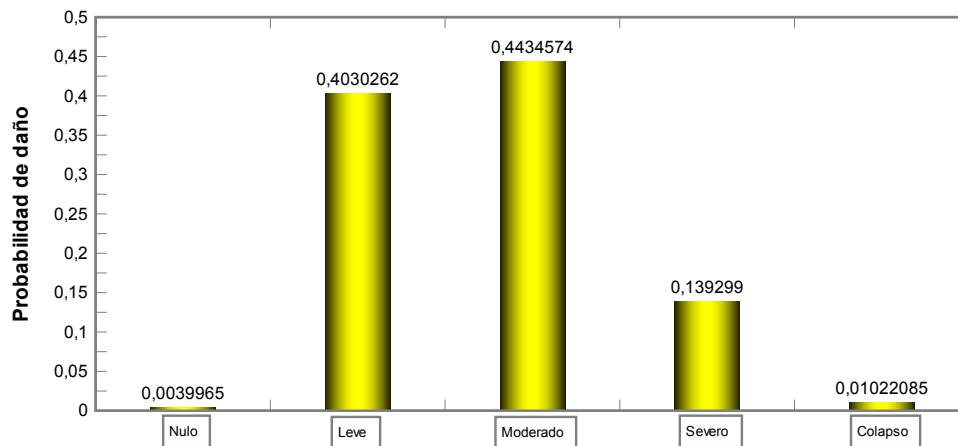


Figura 18: Matrices de probabilidad de daño del edificio porticado con vigas de canto.

CONCLUSIONES

Se aplica un procedimiento de determinación de umbrales en el que se consideran criterios objetivos fijados por las derivas relativas de pisos y los puntos de inicio de la formación de rótulas plásticas y de colapso, obtenidos de la curva de capacidad.

Los desplazamientos de los puntos de demanda por capacidad calculados para los edificios de ductilidad limitada de los edificios proyectados con ductilidad limitada son muy próximos a los desplazamientos últimos de estos edificios, lo que permite afirmar que su comportamiento es poco seguro.

Entre los tres casos estudiados, es posible afirmar que tanto el edificio porticado con vigas planas como en el del edificio con forjados reticulares, es posible anticipar un alto valor de daño correspondiente al punto de capacidad por demanda, así como una ductilidad estructural insuficiente en comparación con los requisitos normativos.

Las probabilidades de excedencia calculadas para estados de daño severo y de colapso son muy altas para el caso de los edificios con forjados reticulares y el porticado con vigas planas, en comparación con las probabilidades de daño calculadas para el edificio porticado con vigas de canto. Esto indica que el daño probable en los edificios de ductilidad limitada es mayor al que se produce en el edificio porticado con vigas de canto, para una misma demanda sísmica.

Se aplica un método de cálculo de la respuesta no lineal estática con control de fuerzas. Se resuelve el problema de la singularidad en el umbral de colapso mediante la aplicación de un proceso iterativo de cálculo que considera la obtención de un determinado índice de daño como criterio de convergencia.

REFERENCIAS

- ACI Committee 31 (2005). *Building code requirements for structural concrete ACI 318-05*. Farmington Hills, Michigan.
- Applied Technology Council (1996). *ATC-40: The Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, ATC, Redwood City, California.
- Aguiar, R., Bozzo, L., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1996). “Modelos constitutivos y su efecto sobre los índices de daño sísmico de pórticos de hormigón armado”, *Hormigón y acero*, Vol. 201, pp. 63-80.
- Barbat, A. H., Oller, S. y Vielma, J.C. (2005). *Cálculo y diseño sismorresistente de edificios. Aplicación de la norma NCSE-02*. Monografía IS-56, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), 184 p, Barcelona, España.
- Barbat, A. H., Oller, S. y Vielma, J.C. (2007). *Confinamiento y ductilidad de los edificios de hormigón armado*. Serie de monografías ARCER, Monografía N° 5, IPAC, 102 p, Madrid, España.
- Bertero, R. y Bertero, V. (2002). Performance-based seismic engineering: the need for a reliable conceptual comprehensive approach. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 31, pp. 627-652.
- Comisión Permanente del Hormigón (1998). *EHE instrucción de hormigón estructural*. Leynfor siglo XXI, Madrid, España.
- Erberik, A. y Elnashai, A. (2006). “Loss Estimation Analysis of Flat-Slab Structures”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 7, Nro. 1, pp. 26-37.
- Fajfar, Peter (2000). "A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Seismic Design". *Earthquake Spectra*, Vol. 16, Nro. 3, pp 573 - 591.
- Hanganu, A. Oñate, E. and Barbat, A. (2002). “A finite element methodology for local/global damage evaluation in civil engineering structures”, *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 1667-1687.
- NCSE-2002 (2002). *Norma de construcción sismorresistente*. BOE N° 244, Madrid, España.
- Mata, P., Oller, S., y Barbat, A. H. (2007). “Static analysis of beam structures under nonlinear geometric and constitutive behaviour”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, en prensa.
- Oller, S., Luccioni, B. y Barbat, A. (1996). “Un método de evaluación del daño sísmico en estructuras de hormigón armado”, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 12, Nro. 2, pp. 215-238.
- Pinto, P.E., Giannini, R. y Franchin, P. (2006). *Seismic reliability analysis of structures*, IUSS Press, Pavia, Italy.
- PLCd Manual (1991). *Non-linear thermo mechanic finite element oriented to PhD student education*, code developed at CIMNE, Barcelona, España.
- SEAOC (1995). “Visión 2000 Report on performance based seismic engineering of buildings”, *Structural Engineers Association of California*, Volume I, Sacramento, California.
- Vielma, J., Barbat, A. y Oller, S. (2007). “Evaluación de la respuesta no lineal de edificios de hormigón armado con ductilidad limitada”, *Hormigón y acero*, en prensa.
- Vielma, J., Barbat, A. y Oller, S. (2007). “Un índice de daño sísmico objetivo para la evaluación de los edificios de hormigón armado”, *Hormigón y acero*, en prensa.

